3.3 格點生成的基本要求

網格點生成的基本要求, 遵守這些格點生成的要求, 才不至於產生錯誤的網格。

(1)同組對邊的曲線不可相交。

(2)不同組對邊的曲線最多只相交一次。

(3)內部的曲線不可超過邊界外。

(4)網格線最好是平滑的曲線。

(5)在物理性質變化大的地方網格分佈要密。

(6)格點間最好要正交。

3.4 座標轉換關係(Transformation Relations):

令 $x_i \ (i=1,2,3)$ 為卡式座標系統(Cartesian Coordinates System), 而 $x^i \ (i=1,2,3)$ 為曲線座標系統(Curvilinear Coordinates System), 如圖 3.6。

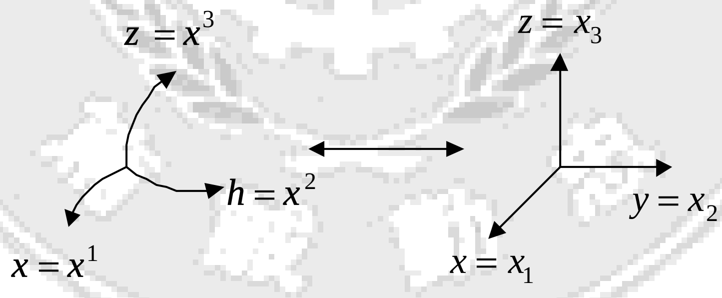

圖 3-6 曲線座標系統與卡式座標系統之轉換關係

基底向量:

1. 協變基向量(Covariant):

代表相切線於座標線上 x 座標變化方向的向量 $\underset{\sim}{r}_x$:

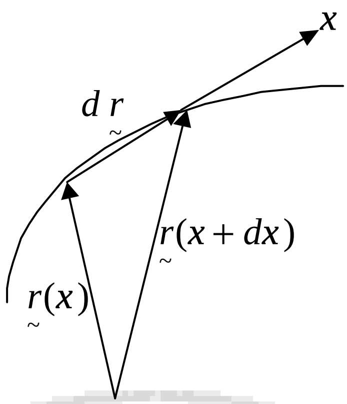

圖 3-7 協變基向量

三個協變基向量為:

$$\underset{\sim}{a}_i \equiv \underset{\sim}{r}_{x^i} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial x^i}, \frac{\partial x_2}{\partial x^i}, \frac{\partial x_3}{\partial x^i}\right) \qquad (i=1,2,3) \tag{3-11}$$

則

$$\begin{cases} \underset{\sim}{a}_1 = (x_x, y_x, z_x) \\ \underset{\sim}{a}_2 = (x_h, y_h, z_h) \\ \underset{\sim}{a}_3 = (x_z, y_z, z_z) \end{cases} \tag{3-12}$$

2. 逆變基向量(Contravariant):

代表垂直於 x 座標為常數的座標面上的向量 $\nabla \underset{\sim}{x}$:

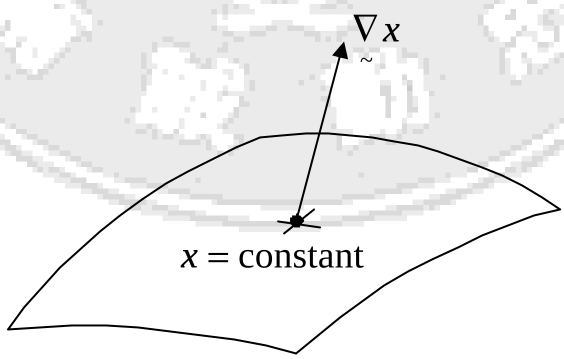

圖 3-8 逆變基向量

三個逆變基向量為:

$$\underset{\sim}{a}^i \equiv \underset{\sim}{\nabla} x^i = \left(\frac{\partial x^i}{\partial x_1}, \frac{\partial x^i}{\partial x_2}, \frac{\partial x^i}{\partial x_3}\right) \qquad (i=1,2,3) \tag{3-13}$$

則

$$\begin{cases} \underset{\sim}{a}^{1} = (x_x, x_y, x_z) \\ \underset{\sim}{a}^{2} = (h_x, h_y, h_z) \\ \underset{\sim}{a}^{3} = (z_x, z_y, z_z) \end{cases} \tag{3-14}$$

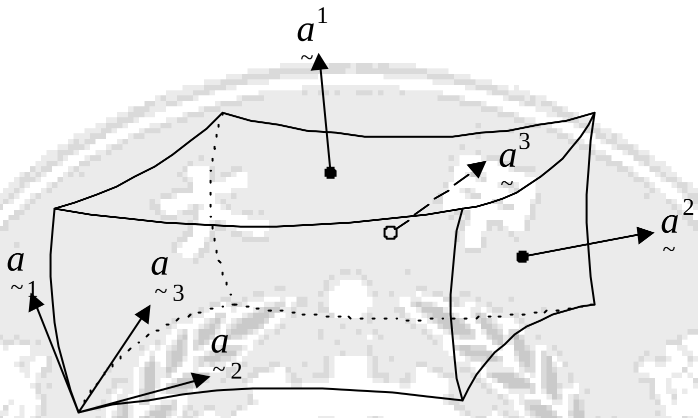

圖 3.9 協變基向量和逆變基向量的示意圖

唯有在垂直座標系統的情況下, 協變基向量和逆變基向量的三個基底向量相互垂直，而兩個形式的基底向量才會平行。

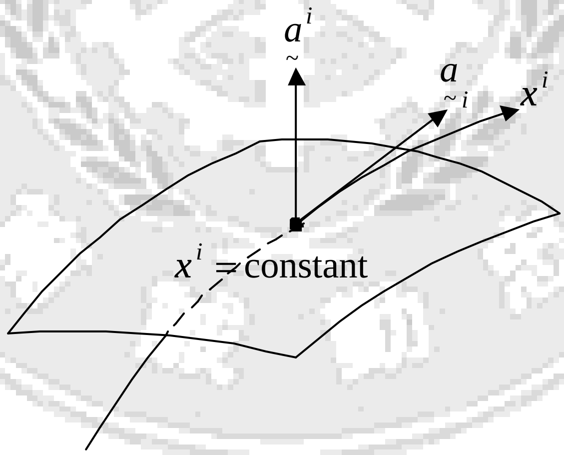

圖 3-10 應用於垂直座標系統

若 A 是一個純量函數(Scalar-Valued Function)，則

$$A_{x_i} = \sum_{j=1}^{3} A_{x^j} (x^j)_{x_i} \qquad (i = 1,2,3) \tag{3-5}$$

即

$$\begin{cases} A_x = A_x x_x + A_h h_x + A_z z_x \\ A_y = A_x x_y + A_h h_y + A_z z_y \\ A_z = A_x x_z + A_h h_z + A_z z_z \end{cases} \tag{3-6}$$

在此時

$$\underset{\sim}{\nabla} x^i = \left(\frac{\P x^i}{\P x_1}, \frac{\P x^i}{\P x_2}, \frac{\P x^i}{\P x_3}\right) \qquad (i = 1,2,3) \tag{3-7}$$

若求出 (x_x, x_y, x_z)**，**(h_x, h_y, h_z)**，**(z_x, z_y, z_z)**代入上式即可求得**A_x, A_y, A_z。

同理:

$$A_{x^i} = \sum_{j=1}^{3} A_{x_j} (x_j)_{x^i} \tag{3-8}$$

即 $$\begin{cases} A_x = A_x x_x + A_y y_x + A_z z_x \\ A_h = A_x x_h + A_y y_h + A_z z_h \\ A_z = A_x x_z + A_y y_z + A_z z_z \end{cases} \tag{3-9}$$

在此時

$$\underset{\sim x^i}{r} = \left(\frac{\P x_1}{\P x^i}, \frac{\P x_2}{\P x^i}, \frac{\P x_3}{\P x^i}\right) \qquad (i = 1,2,3) \tag{3-10}$$

若 求 出 (x_x, y_x, z_x) **，** (x_h, y_h, z_h) **，** (x_z, y_z, z_z) **代 入 上 式 即 可 求 得**

A_x, A_h, A_z。