## 3.2 格點的分割及映射

設定包含物理域表面邊界形狀的一般座標系，再換算為垂直座標系映射空間之支配空間的解法，此方法稱為邊界配合(Boundary Conforming Coordinate System)座標轉換法(如圖 3-2)。

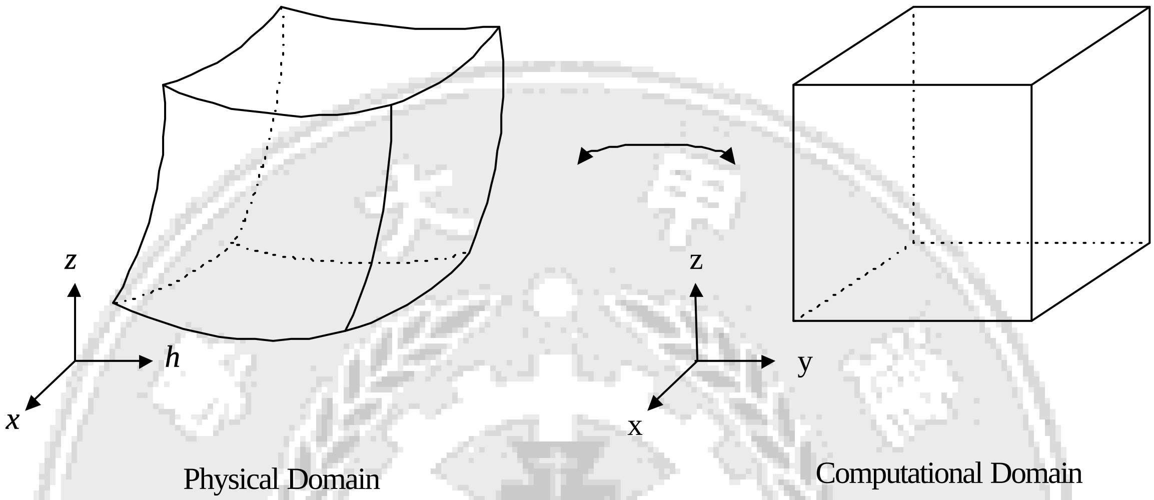


圖 3-2 邊界配合曲線座標轉換關係

格點生成基本概念是應用一對一映射(One-to-One Mapping)關係，當給定一邊界條件於物理域(Physical Domain, x-y-z 座標)時，經過座標轉換後，其邊界長度正規化對應於分配網(Distribution Mesh, s-t-u 座標)中 0~1 之間的區域，而使形狀簡單化，每一個格點間之前後關係在計算域(Computational Domain, $x-h-z$ 座標)中清楚地表示，經過計算後再對應回物理域即產生了網格。

三度空間的實體模型中，其分割情形及數學表示式詳述如下：

1. 物理域邊界(Physical Domain Boundary)之分割情形：

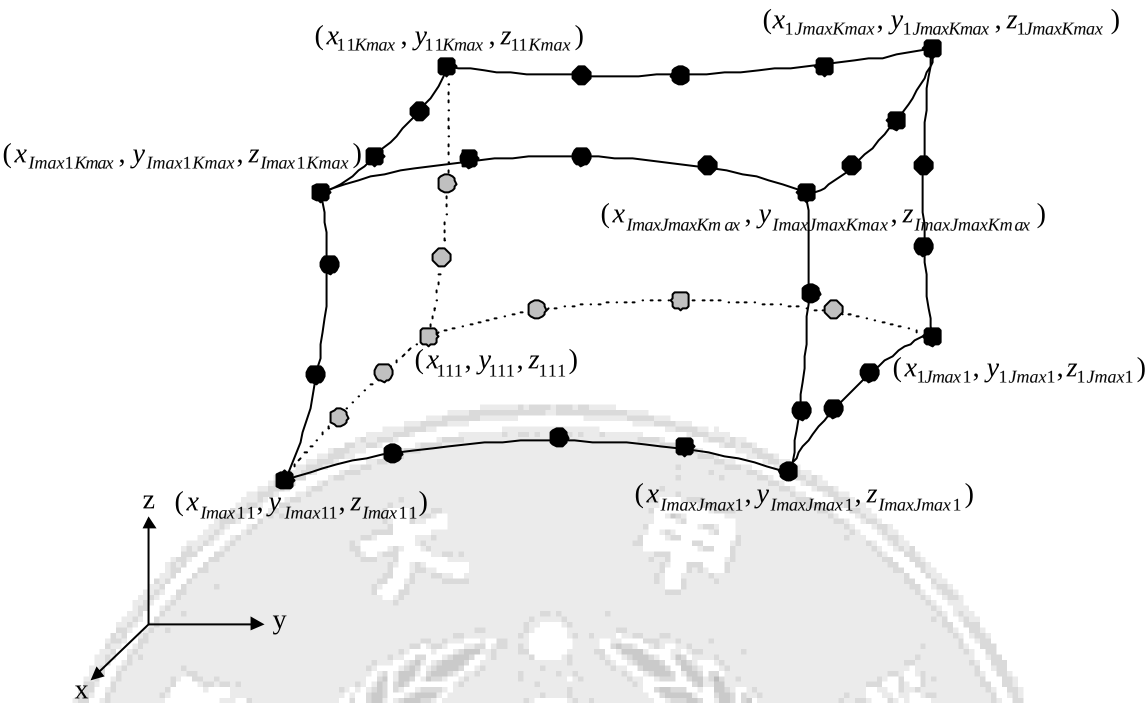


**圖 3-3 物理域邊界之分割**

**2. 邊界曲線的正規化**(Normalizing Boundary Arc Length):

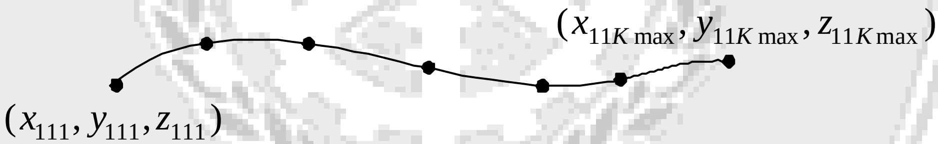


**圖 3-4 邊界曲線的正規化**

**數學表示式如下:**

$$r_i = \frac{\sum_{k=2}^{i}\sqrt{(x_k - x_{k-1})^2 + (y_k - y_{k-1})^2 + (z_k - z_{k-1})^2}}{\sum_{k=2}^{\max}\sqrt{(x_k - x_{k-1})^2 + (y_k - y_{k-1})^2 + (z_k - z_{k-1})^2}} \quad \textbf{(3-1)}$$

**其 12 個邊界無因次化弧長分別為:**

$(s_{i11}, t_{i11}, u_{i11}), i = 1,2,\ldots,\mathrm{Imax}$

$(s_{iJmax1}, t_{iJmax1}, u_{iJmax1}), i = 1,2,\ldots,\mathrm{Imax}$

$(s_{i1kmax}, t_{i1kmax}, u_{i1kmax}), i = 1,2,\ldots,\mathrm{Imax}$

$$(s_{iJmaxKmax}, t_{iJmaxKmax}, u_{iJmaxkmax}), i = 1,2,..., \mathrm{Imax}$$

$$(s_{1j1}, t_{1j1}, u_{1j1}), j = 1,2,..., \mathrm{Jmax}$$

$$(s_{Imaxj1}, t_{Imaxj1}, u_{Imaxj1}), j = 1,2,..., \mathrm{Jmax}$$

$$(s_{1jkmax}, t_{1jkmax}, u_{1jkmax}), j = 1,2,..., \mathrm{Jmax} \quad \textbf{(3-2)}$$

$$(s_{ImaxjKmax}, t_{ImaxjKmax}, u_{Imaxjkmax}), j = 1,2,..., \mathrm{Jmax}$$

$$(s_{11k}, t_{11k}, u_{11k}), k = 1,2,..., \mathrm{Kmax}$$

$$(s_{Imax1k}, t_{Imax1k}, u_{Imax1k}), k = 1,2,..., \mathrm{Kmax}$$

$$(s_{1jmaxk}, t_{1jmaxk}, u_{1jmaxk}), k = 1,2,..., \mathrm{Kmax}$$

$$(s_{ImaxJmaxk}, t_{ImaxJmaxk}, u_{ImaxJmaxk}), k = 1,2,..., \mathrm{Kmax}$$

**3. 邊界曲面的分配網**(Distribution Mesh):

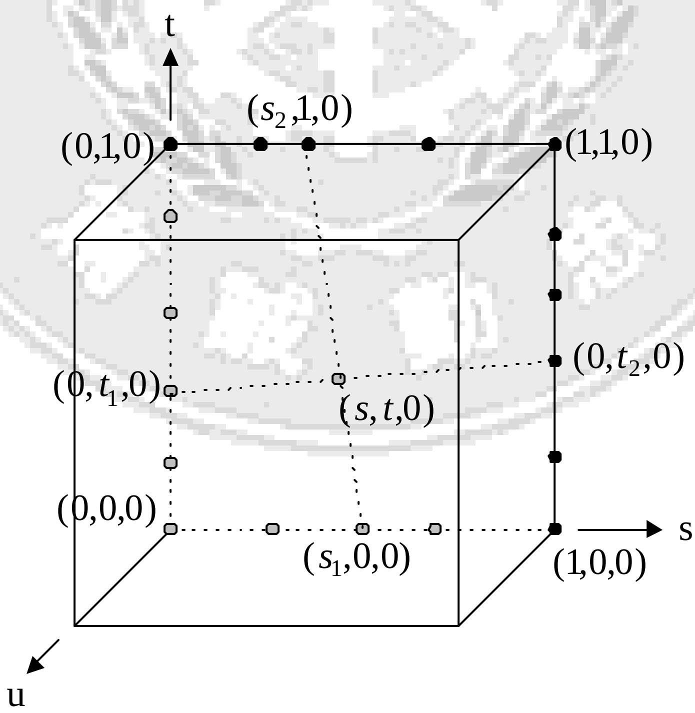


**圖 3-5 邊界曲面的分配網**

其數學表示式如下:

$$s = \frac{s_1 + t_1(s_2 - s_1)}{1 - (s_2 - s_1)(t_2 - t_1)}$$

$$t = \frac{t_1 + s_1(t_2 - t_1)}{1 - (s_2 - s_1)(t_2 - t_1)} \tag{3-3}$$

物理域內部各點的座標為$(x_{ijk}, y_{ijk}, z_{ijk})$

其中$2 \le i \le Imax - 1$,$2 \le j \le Jmax - 1$,$2 \le k \le Kmax - 1$。
若以三次曲線參數式來描述此座標，則

$$r(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$r(x) = (x(x), y(x), z(x))$$

$$x(x) = a_x x^3 + b_x x^2 + c_x x + d_x \tag{3-4}$$

$$y(x) = a_y x^3 + b_y x^2 + c_y x + d_y$$

$$x(x) = a_z x^3 + b_z x^2 + c_z x + d_z$$